

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Мурманский арктический государственный университет»
(ФГБОУ ВО «МАГУ»)

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

К.М.01.06 Функциональный анализ

(название дисциплины (модуля) в соответствии с учебным планом)

**основной профессиональной образовательной программы
по направлению подготовки**

**01.03.02 Прикладная математика и информатика
направленность (профиль) Системное программирование и компьютерные технологии**

(код и наименование направления подготовки
с указанием направленности (наименования магистерской программы))

высшее образование – бакалавриат

уровень профессионального образования: высшее образование – бакалавриат / высшее образование –
специалитет, магистратура / высшее образование – подготовка кадров высшей квалификации

бакалавр

квалификация

очная

форма обучения

2022

год набора

Составитель(и):

Беляев Владимир Яковлевич,
доцент, канд. физ.-мат. наук,
доцент кафедры МФиИТ

Утверждено на заседании кафедры
математики, физики и информационных
технологий факультета
математических и естественных наук
(протокол № 07 от 24.03.2022)

Зав. кафедрой  Ляш О.И.)

1. ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) – изучение мощности множества, классификация пространств, метрические пространства, принцип сжимающих отображений, линейные операторы, пространства операторов, гильбертовы пространства, компактные множества.

2. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

В результате освоения дисциплины (модуля) формируются следующие компетенции:

ОПК-3: Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности

Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

| Компетенция | Индикаторы достижения компетенций | Результаты обучения |
|--|---|--|
| ОПК-3: Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности | ОПК-3.1 Применяет математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности ОПК-3.3 Использует фундаментальные результаты математики при создании моделей в области профессиональных интересов | <i>Знать:</i> – основные понятия, определения и свойства объектов функционального анализа; – формулировки и доказательства утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их связи и приложения в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания. <i>Уметь:</i> – доказывать утверждения функционального анализа; – применять полученные навыки в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания. <i>Владеть:</i> – аппаратом функционального анализа; – методами доказательства утверждений; – навыками работы с объектами более высокого уровня абстракции по сравнению с конечномерным анализом. |

3. УКАЗАНИЕ МЕСТА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) В СТРУКТУРЕ ОСНОВНОЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина (модуль) «Функциональный анализ» относится к комплексному модулю «Математические методы» обязательной части образовательной программы по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, направленность (профиль) Системное программирование и компьютерные технологии.

4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) В ЗАЧЕТНЫХ ЕДИНИЦАХ С УКАЗАНИЕМ КОЛИЧЕСТВА АКАДЕМИЧЕСКИХ ЧАСОВ, ВЫДЕЛЕННЫХ НА КОНТАКТНУЮ РАБОТУ ОБУЧАЮЩИХСЯ С ПРЕПОДАВАТЕЛЕМ (ПО ВИДАМ УЧЕБНЫХ ЗАНЯТИЙ) И НА САМОСТОЯТЕЛЬНУЮ РАБОТУ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Общая трудоемкость дисциплины (модуля) составляет 5 зачетных единиц или 180 часов, из расчета 1 ЗЕ = 36 часов.

| Курс | Семестр | Трудоемкость в ЗЕ | Общая трудоемкость (часов) | Контактная работа | | | Всего контактных часов | Из них в интерактивной форме | Кол-во часов на СРС | | Кол-во часов на контроль | Форма контроля |
|------|---------|-------------------|----------------------------|-------------------|----|----|------------------------|------------------------------|-------------------------------|-----------------------------|--------------------------|----------------|
| | | | | ЛК | ПР | ЛБ | | | Общее количество часов на СРС | Из них – на курсовую работу | | |
| 3 | 6 | 5 | 180 | 22 | 30 | - | 52 | 14 | 101 | - | 27 | Экзамен |

Интерактивная форма реализуется в виде проблемных лекций.

5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ), СТРУКТУРИРОВАННОЕ ПО ТЕМАМ (РАЗДЕЛАМ) С УКАЗАНИЕМ ОТВЕДЕННОГО НА НИХ КОЛИЧЕСТВА АКАДЕМИЧЕСКИХ ЧАСОВ И ВИДОВ УЧЕБНЫХ ЗАНЯТИЙ

| № п/п | Наименование раздела, темы | Контактная работа | | | Всего контактных часов | Из них в интерактивной | Кол-во часов на СРС | Кол-во часов на ИЛТ |
|-------|--|-------------------|-----------|----|------------------------|------------------------|---------------------|---------------------|
| | | ЛК | ПР | ЛБ | | | | |
| 1. | Мощность множества | 4 | 4 | | 8 | 2 | 22 | |
| 2. | Классификация пространств. Метрические пространства. | 4 | 6 | | 10 | 3 | 20 | |
| 3. | Линейные нормированные пространства | 4 | 6 | | 10 | 3 | 20 | |
| 4. | Принцип сжимающих отображений и его применения | 4 | 7 | | 11 | 3 | 20 | |
| 5. | Линейные функционалы и операторы | 6 | 7 | | 13 | 3 | 19 | |
| | Экзамен | | | | | | | 27 |
| | ИТОГО: | 0 | 30 | | 0 | 0 | 101 | 27 |

Содержание дисциплины (модуля)

1. Мощностъ множества. Основные понятия и определения теории множеств. Отображения и их виды. Эквивалентность множеств. Понятие мощности. Счётные множества и их свойства. Сложение и умножение мощностей. Арифметика счётной мощности. Мощностъ множества рациональных чисел. Мощностъ множества алгебраических чисел. Существование несчётных множеств. Арифметика мощностей континуума. Сравнение мощностей. Теорема Кантора – Бернштейна. Мощностъ множества всех подмножеств. Мощностъ континуума, как мощностъ множества всех подмножеств счётного множества. Мощностъ множества иррациональных и трансцендентных чисел.

2. Классификация пространств. Метрические пространства. Классификация пространств. Топологические пространства. Хаусдорфовость пространства. Определение метрических пространств. Определение и примеры метрических пространств. Хаусдорфовость метрического пространства в естественной топологии. Сходимость в метрическом пространстве. Фундаментальные последовательности. Полные метрические пространства. Непрерывность метрики. Внутренние, внешние и граничные точки множества в метрическом пространстве.

3. Линейные нормированные пространства. Линейные пространства. Линейные нормированные пространства. Определение метрики в нормированном пространстве. Банаховы и гильбертовы пространства. Скалярное произведение. Лемма: функция $\sqrt{(a, a)} = \|a\|$ является нормой. Евклидовы пространства.

4. Принцип сжимающих отображений и его применения. Лемма о последовательности стягивающихся шаров. Определение сжимающего отображения. Неподвижная точка сжимающего отображения. Принцип сжимающих отображений. Применения принципа сжимающих отображений.

5. Линейные функционалы и операторы. Линейные операторы в линейных нормированных пространствах. Линейные функционалы. Общий вид оператора проектирования на гиперплоскость. Сопряженное пространство и сопряженный оператор. Основы дифференциального исчисления в нормированных пространствах.

2. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ, НЕОБХОДИМОГО ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Основная литература:

1. Колмогоров А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа / Колмогоров А. Н., Фомин С. В.; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова. - Изд. 7-е. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. - 572с.
2. Треногин В. А. Функциональный анализ : учебник для студ., обуч. по спец. "Математика" и "Прикладная математика" / Треногин В. А. - Изд. 4-е, испр. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2007. - 488 с.
3. Натансон И. П. Теория функций вещественной переменной: учебник для вузов / Натансон И. П. - Изд. 5-е, стер. - СПб.: Лань, 2008. - 560 с.
4. Бичегкуев М.С. Метрические пространства, Регулярная и хаотическая динамика, 2005 <http://www.iprbookshop.ru/16571.html>

Дополнительная литература:

5. Локоть В. В., Мартынов О.М. Проекционные константы: [монография] / Локоть В. В., Мартынов О. М.; М-во образования и науки РФ, Мурман. гос. гуманит. ун-т. - Мурманск: МГГУ, 2013. - 302 с.
6. Очан Ю. С. Сборник задач по математическому анализу. М., Просвещение, 1981.
7. Петров В.А., Виленкин Н.Я., Граев М.И. Элементы функционального анализа в задачах, М., Просвещение, 1978.

7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

В образовательном процессе используются:

- учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащенные оборудованием и/или его виртуальными аналогами и техническими средствами обучения: учебная мебель, ПК, оборудование для демонстрации презентаций, наглядные пособия;
- помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду МАГУ.

7.1 ПЕРЕЧЕНЬ ЛИЦЕНЗИОННОГО И СВОБОДНО РАСПРОСТРАНЯЕМОГО ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ:

7.1.1. Лицензионное программное обеспечение отечественного производства:

7.1.2. Лицензионное программное обеспечение зарубежного производства:

- Mathematica
- MathType
- MS Office
- Statistica

7.1.3. Свободно распространяемое программное обеспечение отечественного производства:

- DJVuReader

7.1.4. Свободно распространяемое программное обеспечение зарубежного производства:

- Adobe Reader
- Mozilla FireFox

7.2 ЭЛЕКТРОННО-БИБЛИОТЕЧНЫЕ СИСТЕМЫ:

- ЭБС «Издательство Лань» [Электронный ресурс]: электронная библиотечная система / ООО «Издательство Лань». – Режим доступа: <https://e.lanbook.com/>;
- ЭБС «Электронная библиотечная система ЮРАЙТ» [Электронный ресурс]: электронная библиотечная система / ООО «Электронное издательство ЮРАЙТ». – Режим доступа: <https://biblio-online.ru/>;
- ЭБС «Университетская библиотека онлайн» [Электронный ресурс]: электронно-периодическое издание; программный комплекс для организации онлайн-доступа к лицензионным материалам / ООО «НексМедиа». – Режим доступа: <https://biblioclub.ru/>.

7.3 СОВРЕМЕННЫЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫЕ БАЗЫ ДАННЫХ:

- Информационно-аналитическая система SCIENCE INDEX
- Электронная база данных Scopus
- Базы данных компании CLARIVATE ANALYTICS

7.4. ИНФОРМАЦИОННЫЕ СПРАВОЧНЫЕ СИСТЕМЫ:

- Справочно-правовая информационная система Консультант Плюс <http://www.consultant.ru/>
- ООО «Современные медиа технологии в образовании и культуре» <http://www.informio.ru/>

8. ИНЫЕ СВЕДЕНИЯ И МАТЕРИАЛЫ НА УСМОТРЕНИЕ ВЕДУЩЕЙ КАФЕДРЫ

Не предусмотрено.

9. ОБЕСПЕЧЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ ДЛЯ ЛИЦ С ОВЗ

Для обеспечения образования инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья реализация дисциплины может осуществляться в адаптированном виде, с учетом специфики освоения и дидактических требований, исходя из индивидуальных возможностей и по личному заявлению обучающегося.